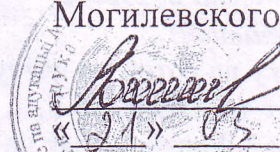


УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель начальника  
главного управления по  
образованию

Могилевского облисполкома



И.Г. Лошкевич  
«21» 03 2022 г.

### ЗАДАНИЯ

для проведения городских, районных олимпиад  
по учебному предмету «Математика»

Дата проведения: 31 марта 2022 г.

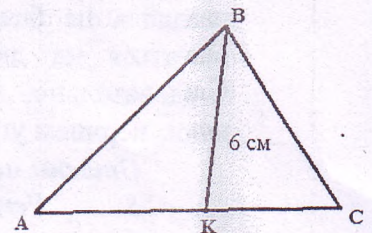
Время выполнения заданий: 10.00 – 12.30.

#### V класс

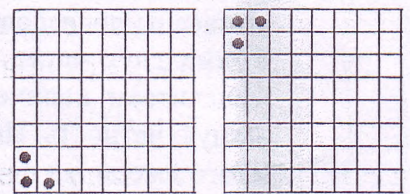
1. Напишите наибольшее натуральное число кратное трем, которое бы не превышало 20212022 и все цифры которого были бы различны. Ответ обоснуйте.

2. Вдоль дороги растут 100 берез. На некоторых березах сидят птицы: грачи и голуби. При этом на одном дереве могут сидеть грач и голубь. Известно, среди любых двух подряд стоящих берез, найдется ровно одна береза, на которой сидит грач. А среди любых пяти подряд стоящих берез найдется ровно одна береза, на которой сидит голубь. Сколько найдется берез, на которых не сидит ни одна из птиц, если на последней березе сидят голубь и грач? Ответ обоснуйте.

3. В треугольнике  $ABC$  проведен отрезок  $BK$  равный 6 см (см. рисунок). Периметры треугольников  $ABK$  и  $BCK$  равны соответственно 20 см и 17 см. Найти периметр треугольника  $ABC$ .



4. В левом нижнем углу шахматной доски  $8 \times 8$  стоят 3 шашки (см. левый рисунок). За один ход разрешается любую из шашек передвинуть на одну клетку по диагонали в любом из четырех направлений (не выходя при этом за пределы доски и не становясь на уже занятую клетку). Можно ли таким образом собрать эти три шашки в левом верхнем углу (см. рисунок справа)? Ответ обоснуйте.



5. На доске записано несколько последовательных натуральных чисел. Дима выписал все возможные суммы каких-либо двух из этих чисел. При этом среди чисел выписанных Димой, могут встретиться одинаковые. Оказалось, что среди чисел, выписанных Димой, встретились 30 нечетных чисел. Сколько всего чисел выписал Дима? Ответ обоснуйте.

Пользоваться калькулятором не разрешается



1. **Ответ:** 20198763.

2. **Решение:**

Поскольку на сотой по счету березе сидят и голубь и грач, то из условия следует, что грачи сидят на 100-й, 98-й, ..., 2 березе, т.е. на всех березах, порядковые номера которых кратны 2. Голуби сидят на березах с номерами: 100, 95, ..., 5, т.е. на всех березах с порядковыми номерами, кратными 5. Таким образом, нам необходимо подсчитать, сколько чисел из первой сотни не делятся ни на 2, ни на 5.

Подсчитаем, сколько чисел от 1 до 100 делятся хотя бы на одно из чисел 2 или 5. На 2 делятся  $100:2=50$  двузначных чисел. На 5 делятся  $100:5=20$  двузначных чисел.  $50+20=70$ . Однако те числа, которые делятся одновременно на 2 и на 5, вошли в эту сумму дважды. Если число делится на 2 и на 5, то оно делится нацело на 10. Таких двузначных чисел будет  $100:10=10$ . Тогда количество двузначных чисел, которые делятся хотя бы на одно из чисел 2 или 5 будет равно  $70-10=60$ . Количество двузначных натуральных чисел, которые не делятся нацело ни на 2, ни на 5 равно  $100-60=40$ .

**Ответ:** 40.

3. **Решение:**

Имеем  $AB + AK + BK = 20$  (см),  $BC + KC + BK = 17$  (см).

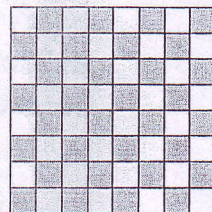
Т.к.  $BK=6$  см, то  $AB + AK = 20 - 6 = 14$  (см),  $BC + KC = 17 - 6 = 11$  (см).

Периметр треугольника  $ABC$  равен  
 $AB + BC + AC = AB + BC + AK + KC = 14 + 11 = 25$  (см).

**Ответ:** 25 см.

4. **Решение:**

Раскрасим доску в шахматном порядке. Заметим, что делая указанные ходы, каждая пешка остается на клетках того же цвета, как и клетка, где она находилась первоначально. Однако вначале две пешки находились на белых клетках и одна на черной, а итоге они должны оказаться на двух черных и одной белой клетке. Противоречие. Следовательно, делая указанные ходы, пешки не могут оказаться в левом верхнем углу доски.



**Ответ:** не могут.

5. **Решение:**

Пусть на доске было выписано  $m$  четных и  $n$  нечетных чисел. Так как были выписаны последовательные натуральные числа, то  $m$  и  $n$  отличаются не более, чем на 1. Сумма двух чисел будет нечетной, только если складывают четное и нечетное число. Подсчитаем количество пар из чисел, записанных на доске, в которых числа имеют разную четность. Нечетное слагаемое можно выбрать  $n$  способами, четное –  $m$  способами. Итого имеем  $nm$  нечетных сумм.  $nm=30$ , откуда  $m=6$ ,  $n=5$  или  $m=5$ ,  $n=6$ . В любом случае  $m+n=11$ . На доске было выписано 11 чисел.

Для того, чтобы узнать сколько чисел выписал Дима, подсчитаем количество пар из 11 чисел. Первое слагаемое можно выбрать 11 способами, второе слагаемое можно выбрать из 10 оставшихся чисел. Всего таких пар будет  $\frac{11 \cdot 10}{2} = 55$  (делим на 2, так как  $a+b$  и  $b+a$  это одна и та же сумма).

**Ответ:** 55 чисел.