

## Возможные решения задач

### 9 класс

**9-1. «Ветренный дым»** Понятно, что если бы не было бокового ветра, то пылевые шлейфы от автомобилей при наблюдении сверху (с дрона) совпадали бы с прямолинейной грунтовой дорогой  $AB$  (Рис. 1), и различить их было бы достаточно сложно.

Боковой ветер сносит образовавшуюся при движении автомобилей пыль в сторону от дороги с некоторой постоянной скоростью  $\vec{v}_3$  (как по модулю, так и по направлению).

Пусть автомобили «пересеклись» и находились в некоторой точке  $E$  (см. Рис. 1) на дороге  $AB$  в начальный момент времени ( $t_0 = 0$ ). Тогда спустя промежуток времени  $t$  расстояние между ними будет (из чертежа)

$$AB = AE + EB = 10a = v_1 t + v_2 t = (v_1 + v_2)t, \quad (1)$$

где  $a$  – некоторый постоянный масштабный множитель квадратной сетки на Рис 1.

Кроме того, справедливо соотношение

$$\frac{AE}{EB} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (2)$$

Из системы уравнений (1) – (2) найдем расстояния до точки встречи автомобилей на дороге

$$\begin{cases} AE = \frac{v_1}{v_1 + v_2} AB = \frac{v_1}{v_1 + v_2} 10a = 4a \\ EB = \frac{v_2}{v_1 + v_2} AB = \frac{v_2}{v_1 + v_2} 10a = 6a \end{cases}. \quad (3)$$

Далее понятно: боковой ветер за такое же время  $t$  снёс точку пересечения  $F$  пылевых шлейфов (см. Рис. 1) на расстояние  $EF$  (из чертежа)

$$EF = \sqrt{(2a)^2 + (3a)^2} = a\sqrt{13}. \quad (4)$$

Следовательно, скорость ветра (из чертежа)

$$v_3 = \frac{EF}{t} = \{(1)\} = \frac{EF}{AB} (v_1 + v_2) = \frac{a\sqrt{13}}{(AB/(v_1 + v_2))} = \frac{a\sqrt{13}}{10a} (v_1 + v_2) = \frac{\sqrt{13}}{10} (v_1 + v_2), \quad (5)$$

при этом вектор составляет с дорогой угол

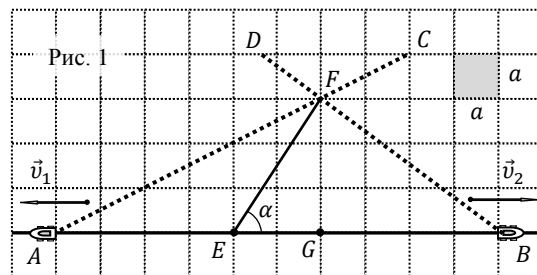
$$\tan \alpha = \frac{GF}{EG} = \frac{3a}{2a} = \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha = \{56,30993247\}^1 = 56^\circ. \quad (6)$$

Расчет (5) по данным условия даёт

$$v_3 = \frac{\sqrt{13}}{10} (40 + 60) \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \{36,05551275\} = 36 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (7)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до двух значащих цифр.

Задачу можно решить и вторым способом – в подвижной инерциальной системе отсчета (ИСО), связанной с движущимся воздухом (ветром). При этом, согласно



<sup>1</sup> — здесь и далее: в фигурных скобках представлены (без размерности!) показания инженерного калькулятора (например, CASIO fx-991EX (CLASSWIZ)) при правильном расчёте.

принципу относительности Галилея, мы должны получить тот же ответ, поскольку все ИСО тождественны.

Мысленно «оседлаем» ветер, скорость которого, согласно условию, постоянна и равна  $\vec{v}_3$  (Рис. 2). В этой подвижной системе отсчета нам будет казаться, что автомобили «убегают» от нас со скоростью  $(-\vec{v}_3)$  плюс их собственные скорости (см. Рис. 2)

$$\begin{cases} \vec{u}_1 = \vec{FK} = \vec{v}_1 + (-\vec{v}_3) \\ \vec{u}_2 = \vec{FL} = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_3) \end{cases} \quad (8)$$

Несложно сообразить, что в данной подвижной системе отсчёта векторы (8) результирующих скоростей автомобилей  $\vec{u}_1$  и  $\vec{u}_2$  должны быть направлены вдоль пылевых шлейфов  $FA$  и  $FB$  от точки  $F$  их пересечения (см. Рис. 2).

Из подобия треугольников  $FHK$  и  $FEA$ , а также  $FHL$  и  $FEB$  можем записать

$$\begin{cases} \frac{AE}{v_1} = \frac{EF}{v_3} \\ \frac{EB}{v_2} = \frac{EF}{v_3} \end{cases} \quad (9)$$

Поскольку из (9) следует (2), а увеличение расстояния между автомобилями происходит по закону (1) (ветер «несёт» их одинаково), то дальнейший ход решения будет также аналогичным и в итоге приведёт нас к тому же ответу (5).

Полезная «мораль» задачи: для упрощения решения задач по механике можно (и нужно!) выбирать наиболее «удобную» в данном случае инерциальную систему отсчета (ИСО).

**9-2. «Камешек и шар»** Понятно, что при движении камешка вверх до максимальной высоты (Рис. 3)

$$h_{max} = \frac{v_2^2}{2g} = 11,5 \text{ м} \quad (1)$$

расстояние  $l$  между ним и воздушным шаром будет увеличиваться. При этом время  $t_1$  подъема камешка до верхней точки траектории составит

$$t_1 = \frac{v_2}{g} = 1,53 \text{ с.} \quad (2)$$

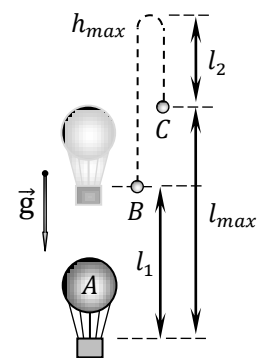
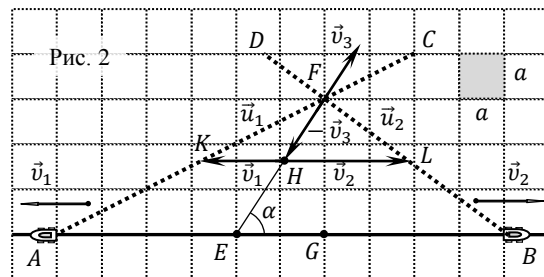
В этот момент расстояние  $l$  между камешком и шаром составит

$$l = \frac{v_2^2}{2g} + v_1 t_1 = 15,3 \text{ м.} \quad (3)$$

Однако, и при дальнейшем движении вниз (на начальном этапе) расстояние  $l$  между камешком и шаром также будет увеличиваться до тех пор, пока скорость камешка будет меньше скорости опускания воздушного шара.

Следовательно, максимальное расстояние  $l_{max}$  между камешком и воздушным шаром будет на этапе опускания шарика (в некоторой точке  $C$  на Рис. 3) в момент времени  $t_2 = \frac{v_1}{g}$ , когда его скорость будет равна скорости  $v_1$  опускания воздушного шара.

Таким образом, суммарное смещение воздушного шара вниз к этому моменту времени (см. Рис. 3)



$$l_1 = v_1(t_1 + t_2) = v_1 \frac{v_2 + v_1}{g}, \quad (4)$$

а смещение камешка вниз от верхней точки до точки C

$$l_2 = \frac{gt_2^2}{2} = \frac{v_1^2}{2g}. \quad (5)$$

Из Рис. 3 с учетом (4), (5) получаем

$$l_{\max} = l_1 + h_{\max} - l_2 = v_1 \frac{v_2 + v_1}{g} + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g}. \quad (6)$$

Расчет по данным условия даёт

$$l_{\max} = \frac{(2,5+15)^2}{2 \cdot 9,81} (\text{м}) = \{15,60907238\}^2 = 15,6 \text{ м}. \quad (7)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до трех значащих цифр.

Задачу можно решить и вторым, более коротким способом, переходя в инерциальную систему отсчета (ИСО), связанную с опускающимся воздушным шаром. В ней начальная скорость камешка (относительно воздушного шара) будет больше

$$v_0 = v_1 + v_2, \quad (8)$$

но окончательный ответ, конечно же, не изменится.

Относительно шара камешек по-прежнему движется равноускоренно, поэтому нужно просто отыскать максимальную высоту его подъёма

$$l_{\max} = \frac{(v_0)^2}{2g} = \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g}. \quad (9)$$

Забавная «мораль» задачи: правильно выбранная система отсчёта существенно упрощает решение. В отличие от неправильно выбранной ... ☺

**9-3. «Реостат рисует функцию ...»** Рассмотрим схему подключения реостата, предложенную на Рис. 4, а).

Сопротивление реостата при положении бегунка  $x$  от клеммы A реостата «подчиняется» той же закономерности, что и сопротивление проволоки – оно прямо пропорционально длине  $x$  его активной (подключённой) части

$$R(x) \sim x. \quad (1)$$

Поскольку при  $x = l$  сопротивление реостата принимает максимальное значение  $R_0$  (т.н. сопротивление реостата), то значение коэффициента пропорциональности  $\alpha = \frac{R_0}{l}$  в (1) несложно вычислить

$$R(x) = \alpha x = \frac{R_0}{l} x = \frac{x}{l} R_0 = x^* R_0. \quad (2)$$

Тогда для данной схемы подключения реостата искомая зависимость  $R^*(x^*)$  приведенного сопротивления от  $x^*$  есть прямая пропорциональность (см. График а) на Рис. 5) или биссектриса первого координатного угла с

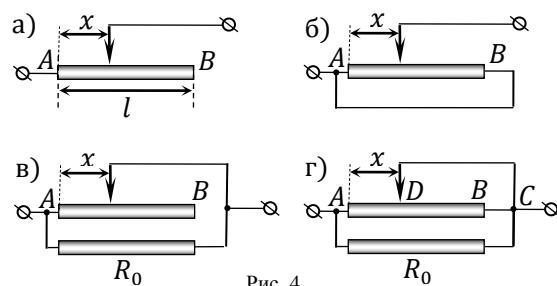


Рис. 4

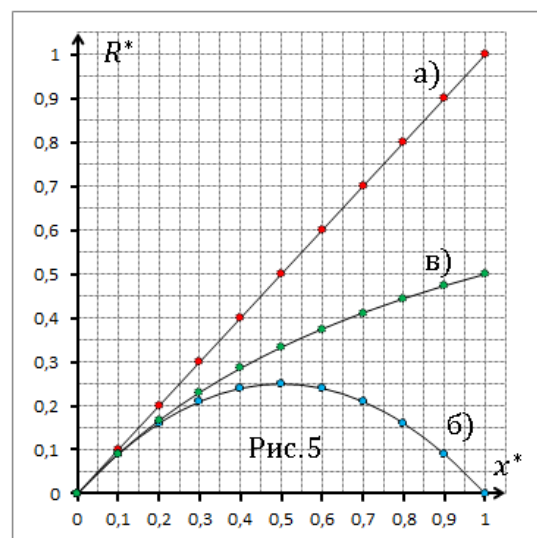


Рис. 5

<sup>2</sup> — здесь и далее: в фигурных скобках представлены (без размерности!) показания инженерного калькулятора (например, CASIO fx-991EX (CLASSWIZ)) при правильном расчёте.

максимальным значением приведенного сопротивления  $R_{max}^* = 1,0$

$$R^*(x^*) = \frac{R(x)}{R_0} = x^* . \quad (3)$$

Понятно, что для случая на рисунке 4, б) форма зависимости уже будет другая. Теперь резисторы (разные части реостата) включены параллельно, следовательно, в данном случае можем записать

$$R(x) = \frac{\alpha x \cdot \alpha(l-x)}{\alpha x + \alpha(l-x)} = \frac{\alpha x(l-x)}{l} = \alpha x^* \cdot (l-x) = x^*(1-x^*)R_0 . \quad (4)$$

Из (4) следует, что при таком подключении реостата (Рис. 3, б)) искомая зависимость представляет собой уравнение параболы (см. График б) на Рис. 5) с максимальным значением приведенного сопротивления  $R_{max}^* = 0,25$

$$R^*(x^*) = \frac{R(x)}{R_0} = x^*(1-x^*) . \quad (5)$$

При подключении части реостата параллельно резистору  $R_0$  (Рис. 4, в)) сопротивление цепи

$$R(x) = \frac{\alpha x \cdot R_0}{\alpha x + R_0} = \frac{\frac{R_0}{l} x \cdot R_0}{\frac{R_0}{l} x + R_0} = \frac{x^*}{x^* + 1} R_0 , \quad (6)$$

что соответствует гиперболической зависимости (см. График в) на Рис. 5) с максимальным значением  $R_{max}^* = 0,50$  (ветвь гиперболы при этом «перевернута» и сдвинута по вертикали)

$$R^*(x^*) = \frac{R(x)}{R_0} = \frac{x^*}{x^* + 1} . \quad (7)$$

Наконец, при четвертом способе подключения (см. Рис. 4, г) ток по перемычке  $BC$  течь не будет, поскольку участок  $DB$  реостата закорочен. Следовательно, данная схема сводится к предыдущему случаю гиперболической зависимости (7), что опять же соответствует графику в) на Рис. 5.

Прикладная «мораль» задачи: основные математические функции можно (и даже нужно!) получать экспериментально на простых физических примерах. А реостат и немного фантазии нам в этом помогут... ☺

**9-4. «Погрешность термометра»** А) Поскольку «холодный» термометр имеет некоторую теплоёмкость и комнатную температуру, то при полном опускании его в горячую воду (Рис. 6) он вызовет определённое понижение измеряемой начальной температуры  $t_0$  воды в стакане.

Таким образом, вследствие этого эффекта реально измеряемая температура  $t_2$  всегда получается «с недостатком», т.е. меньше истинной температуры  $t_0$  воды в стакане. Такая погрешность измерения называется *систематической*, поскольку её знак сохраняется от измерения к измерению.

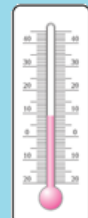
Так как (по условию) потерями теплоты в окружающее пространство можно пренебречь, то уравнение теплового баланса для теплообмена между водой и термометром примет вид

$$Q^{\leftarrow} = Q^{\rightarrow} , \quad (1)$$

где  $Q^{\leftarrow}$  – количество теплоты, полученное холодным термометром, а  $Q^{\rightarrow}$  – количество теплоты, отданное горячей водой.

Для нагревания холодного термометра от температуры  $t_1$  до температуры  $t_2$  потребуется количество теплоты

Рис.6



$$Q' = C(t_2 - t_1), \quad (2)$$

где  $C$  – теплоёмкость термометра.

Аналогично, при остывании горячей воды от температуры  $t_0$  до температуры  $t_2$  выделится количество теплоты

$$Q' = cm(t_0 - t_2), \quad (3)$$

где  $c$  – удельная теплоёмкость воды.

Подставляя (2) и (3) в (1), получим для искомой начальной температуры  $t_0$  горячей воды в стакане

$$t_0 = t_2 + \frac{C(t_2 - t_1)}{cm} = t_2 + \Delta t, \quad (4)$$

где  $\Delta t = \frac{C(t_2 - t_1)}{cm}$  является абсолютной погрешностью измерения.

Расчёт по (4) даёт

$$t_0 = (64,0 + \frac{30,0 \cdot (64,0 - 23,0)}{4220 \cdot 0,200})^\circ\text{C} = \{65,45734597\} = 65,5^\circ\text{C}. \quad (5)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до трёх значащих цифр.

В качестве оценки относительной погрешности  $\epsilon$  измерения температуры таким термометром возьмем отношение абсолютной погрешности  $\Delta t$  к измеренной температуре  $t_2$

$$\epsilon = \frac{\Delta t}{t_2} \cdot 100\% = \frac{C(t_1 - t_2)}{cmt_2} \cdot 100\%. \quad (6)$$

Расчёт по (6) с учётом данных условия

$$\epsilon = \frac{30,0 \cdot (64,0 - 23,0)}{4220 \cdot 0,200 \cdot 64,0} \cdot 100\% = \{2,277103081\} = 2,28\%. \quad (7)$$

Поскольку для оценки величины достаточно определить её порядок (т.е. единицы или десятки процентов), то в данном пункте задачи количество значащих цифр не принципиально. Следовательно, верными также следует считать ответы 2,3 % и даже 2 %.

Как видно из (7), относительная погрешность в данном случае вышла сравнительно небольшой (единицы процентов), однако такое может быть далеко не всегда. Как следует из (6), относительная погрешность измерения температуры тем меньше, чем меньше теплоёмкость  $C$  самого термометра и чем меньше разность температур  $(t_2 - t_1)$  (измеренной и термометра).

Кроме того, увеличение теплоёмкости системы  $cm$  (в данном случае воды) и измеренной температуры  $t_2$  также позволят снизить влияние данного эффекта систематического «занижения» измеряемой начальной температуры системы  $t_0$ .

Б) При опускании ртутного термометра при комнатной температуре в крутой кипяток первым в тепловой контакт с горячей водой вступает внешний стеклянный баллон  $A$  термометра (Рис. 7, а)), внутри которого находится пока ещё «холодная» ртуть.

Из-за резкого нагрева стеклянного баллона вследствие явления теплового расширения его объём сравнительно быстро увеличивается, что приводит к незначительному уменьшению уровня пока ещё «холодной» ртути в капилляре. При этом внешне видно, что она немного «заходит» в

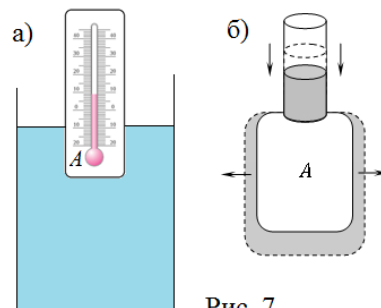


Рис. 7

расширившийся стеклянный баллон (см. Рис. 7, б)). Этот эффект и воспринимается внимательным наблюдателем, как некоторое начальное кратковременное «понижение» температуры системы.

Однако уже в следующее мгновение теплота «достигает» ртути внутри баллона  $A$  и ртуть также начинает испытывать тепловое расширение – её уровень в капилляре начинает резко увеличиваться. Показания термометра при этом, как и положено, начинают достаточно быстро расти от комнатной температуры практически до температуры крутого кипятка.

Таким образом, данный кратковременный эффект начального «понижения температуры» в кипятке возникает из-за первичного (по времени) эффекта теплового расширения стеклянного баллона термометра.

**9-5. «Свет под водой»** При переходе практически параллельных солнечных световых лучей из воздуха в воду (из оптически менее плотной среды в оптически более плотную среду) наблюдается явление преломления света (Рис. 8).

Причём в таком случае угол преломления  $\beta$  светового луча всегда меньше его угла падения  $\alpha$  (преломлённый луч «прижимается» к перпендикуляру). Напомним, что в оптике, в отличие от механики, оба угла отмеряются от перпендикуляра к границе раздела сред, а не от горизонта (см. Рис. 8).

Как следует из рисунка, высота тени  $CB = b$  плота на вертикальной стенке бассейна есть длина катета  $BC$  прямоугольного треугольника  $BCD$ , в котором второй катет равен  $CD = a$ . Следовательно, справедливо равенство

$$b = a \cdot \cot \beta = a \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = a \cdot \frac{\sqrt{1 - (\sin \beta)^2}}{\sin \beta}. \quad (1)$$

Вторая сторона  $a$  квадратного плота параллельна стенке бассейна, поэтому ее размер «за чертеж» не изменится при преломлении световых лучей.

Таким образом, площадь тени плота на вертикальной стенке

$$S_1 = ab = a^2 \frac{\sqrt{1 - (\sin \beta)^2}}{\sin \beta} = S_0 \frac{\sqrt{1 - (\sin \beta)^2}}{\sin \beta}, \quad (2)$$

где  $S_0 = a^2$  – площадь плота.

В итоге для определения синуса угла преломления световых лучей получаем уравнение

$$\eta = \frac{S_1}{S_0} = \frac{\sqrt{1 - (\sin \beta)^2}}{\sin \beta}, \quad (3)$$

из которого находим

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2}}. \quad (4)$$

Синус угла падения солнечных лучей найдем гораздо проще, используя Рис. 8

$$\sin \alpha = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) = \cos \varphi \quad (5)$$

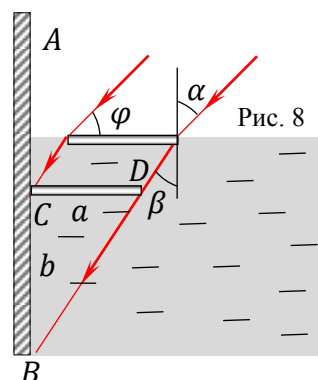
Тогда для искомого отношения синусов «до» и «после» преломления световых лучей получаем окончательную формулу

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \cos \varphi \sqrt{1 + \eta^2}. \quad (6)$$

Расчёт по (6) с заданной точностью дает

$$n = \cos (26,0^\circ) \times \sqrt{1 + (1,09)^2} = \{1,329516618\} = 1,33. \quad (7)$$

Возможные решения задач



В соответствии с правилами округления (см. данные условия) все окончательные ответы приводим с точностью до трёх значащих цифр.

Как видим из (6), полученное отношение  $n$  никак не зависит от размеров плота – параметр  $a$  сократился по ходу решения задачи. Кроме того значение (7) ( $n = 1,33$ ) удивительным образом «совпадает» с показателем преломления воды (см. условие задачи!).

Вот так способные девятиклассники, сами того не ведая, вывели «на бумаге» закон преломления Снеллиуса  $\sin \alpha = n \sin \beta$  для световых лучей! Справедливости ради заметим, что сам Виллеброрд Снеллиус получил этот закон экспериментально. ☺

## 10 класс

**10-1. «Совпадение траекторий»** Согласно законам механики при упругом отражении от стенки скорость шарика не изменяется по модулю, а угол отражения  $\beta$  равен углу падения  $\alpha$  (Рис. 9).

Как видим, в общем случае траектория шарика после отражения не совпадает с его траекторией до отражения.

Единственный частный случай, когда это возможно, реализуется при  $\alpha = \beta = 0^\circ$ , т.е. когда шарик подлетает к стенке и отлетает от неё «по перпендикуляру».

Тогда эти траектории совпадут и после отражения при дальнейшем движении шарика по параболе.

Следовательно, в точках отражения шарика от плоскости и от стенки векторы скоростей  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  должны быть перпендикулярными соответствующим поверхностям (Рис. 10).

Поскольку эти поверхности взаимно перпендикулярны, то можем сделать вывод, что векторы мгновенных скоростей в этих точках также будут взаимно перпендикулярны

$$\vec{v}_2 \perp \vec{v}_1. \quad (1)$$

При движении по параболе  $CD$  шарик движется равноускоренно (сопротивлением воздуха пренебрегаем) с ускорением  $\vec{a} = \vec{g}$ , следовательно

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{a}t = \vec{v}_1 + \vec{g}t, \quad (2)$$

где  $t$  – время полета шарика между отражениями.

Построим прямоугольный векторный треугольник скоростей (2) так, как на Рисунке 11. Тогда угол между катетом  $\vec{v}_1$  и гипотенузой  $\vec{g}t$  данного треугольника будет равен искомому углу  $\alpha$ .

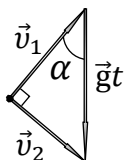


Рис. 11

По теореме Пифагора

$$v_1^2 + v_2^2 = g^2 t^2 \Rightarrow gt = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}. \quad (3)$$

Тогда из прямоугольного треугольника скоростей находим

$$\sin \alpha = \frac{v_2}{gt} = \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1} \left( \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \right). \quad (4)$$

Расчет по (4) с заданной точностью дает

$$\alpha = \sin^{-1} \left( \frac{10}{\sqrt{15^2 + 10^2}} \right) = \{33,69006753\} = 34^\circ. \quad (5)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия и справочные данные) окончательный ответ приводим с точностью до двух значащих цифр.

**10-2. «Дорогой уголок»** При свободном подвешивании некоторой жёсткой системы в поле тяжести она с течением времени примет такое положение равновесия, при котором её центр тяжести (масс) окажется на одной вертикали с точкой подвеса.

Это утверждение следует из правила моментов сил для положения равновесия, поскольку в противном случае моменты сил не будут уравновешены, и система будет вращаться.

Центр масс однородного стержня находится на его середине, следовательно, соединив середины стержней  $D$  и  $E$  на пересечении отрезка  $DE$  с вертикалью  $OB$  (Рис. 12) найдем центр масс системы – точку  $F$ .

Для центра масс системы двух материальных точек справедливо равенство (из правила моментов)

$$m_1 r_1 = m_2 r_2, \quad (1)$$

где  $r_1 = DF$ , а  $r_2 = FE$ .

Таким образом, для определения масс стержней получаем систему уравнений

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = m \\ m_1 r_1 = m_2 r_2 \end{cases}. \quad (2)$$

Решая систему (2), находим

$$\begin{cases} m_1 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} m \\ m_2 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} m \end{cases}. \quad (3)$$

Из Рис. 12 по теореме Фалеса (по клеточкам) следует, что отношение

$$\frac{r_1}{r_2} = 3 \Rightarrow r_1 = 3r_2, \quad (4)$$

Следовательно, для искомых масс получаем

$$\begin{cases} m_1 = \frac{m}{4} = 40,0 \text{ г} \\ m_2 = \frac{3}{4} m = 120 \text{ г} \end{cases}. \quad (5)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательные ответы для  $m_1$  и  $m_2$  приводим с точностью до трёх значащих цифр (на запятую не обращаем внимания!).

Поскольку площади поперечного сечения стержней одинаковы, то их плотности можно найти как

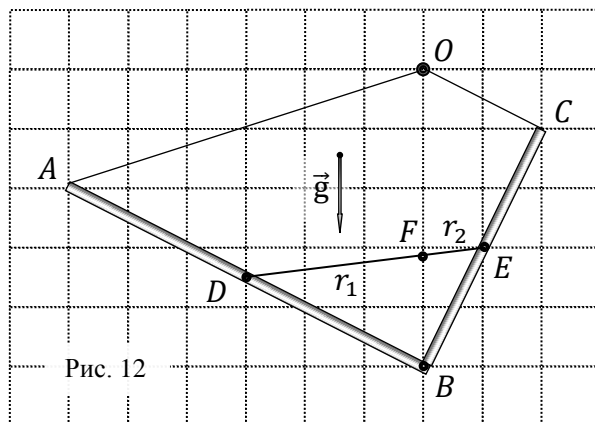
$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{m_1}{S l_1} \\ \rho_2 = \frac{m_2}{S l_2} \end{cases}, \quad (6)$$

где  $l_1 = AB$ , а  $l_2 = BC$ . Из чертежа по теореме Пифагора находим, что  $l_1 = \sqrt{45} a$ ;  $l_2 = \sqrt{20} a$ , где  $a$  – длина стороны квадратной масштабной сетки на Рис. 12.

Тогда можем записать соотношение для плотностей стержней  $AB$  и  $BC$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{l_1}{l_2} \rho_1 = 3 \sqrt{\frac{45}{20}} \rho_1 = 4,5 \rho_1. \quad (7)$$

Расчет по (7) с необходимой точностью даёт





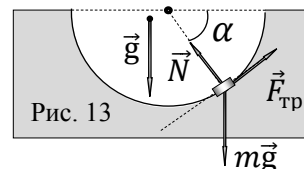
$$\rho_2 = 4,5 \times 4,3 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \{19350\} = 1,94 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (8)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до двух значащих цифр.

Используя данные о плотностях различных веществ из справочных материалов условия, находим, что стержень  $BC$  изготовлен из достаточно тяжелого металла – из чистого золота ( $\rho_2 = 1,94 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \rho_3$ )! Если вдуматься, то можно заметить, что небольшая подсказка заложена в названии задачи, хотя, если честно, то и платину не отнесешь к дешевому металлу ... ☺

**10-3. «Хитрое трение»** Рассмотрим движение шайбы по поверхности лунки (по окружности) в положении при угле  $\alpha$ , показанном на Рис. 13.

Поскольку на шайбу  $A$  действуют три силы (тяжести, реакции и трения скольжения), то уравнение второго закона Ньютона примет вид (см. Рис. 13)



$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}. \quad (1)$$

Соответственно, в проекции на направление к центру окружности выражение (1) принимает вид

$$ma_{\text{цс}} = m \frac{v_0^2}{R} = N - mg \sin \alpha, \quad (2)$$

где  $a_{\text{цс}}$  – центростремительное ускорение шайбы.

Поскольку скорость шайбы остаётся постоянной, и равной её начальной скорости  $v_0 = \sqrt{gR}$ , то её центростремительное ускорение во всех точках дуги также остается постоянным по модулю и равным

$$\frac{v_0^2}{R} = \frac{gR}{R} = g. \quad (3)$$

Из (2) и (3) находим

$$N = m \frac{v_0^2}{R} + mg \sin \alpha = mg(1 + \sin \alpha). \quad (4)$$

Поскольку скорость шайбы остаётся постоянной, то в проекции (1) на касательное направление  $AB$  получим

$$mg \cos \alpha = F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg(1 + \sin \alpha). \quad (5)$$

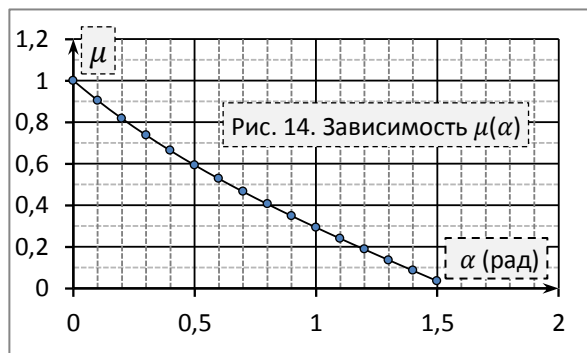
Из (5) находим искомую зависимость  $\mu(\alpha)$  коэффициента трения шайбы о поверхность от угла  $\alpha$  с горизонтом

$$\mu(\alpha) = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}. \quad (6)$$

График полученной зависимости  $\mu(\alpha)$  (6) представлен на Рис. 14 (от школьников не требуется!).

Как следует из графика, для равномерного скольжения шайбы в лунке коэффициент трения должен монотонно уменьшаться от единицы до нуля при изменении угла от  $\alpha = 0$  до  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

Заметим, что поскольку кинетическая энергия при движении шайбы не меняется, то

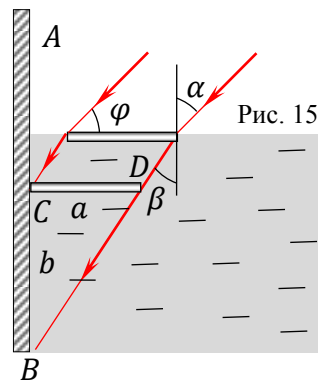


работа силы тяжести идёт на выделение теплоты в системе: при этом нагревается как шайба, так и поверхность лунки, по которой она скользила.

**10-4. «Площадь тени»** Световые лучи, идущие от Солнца, а районе Земли можно считать практически параллельными, хотя, строго говоря, Солнце не является точечным источником света.

Но, поскольку среднее расстояние от Солнца до Земли (149 млн. км.) более чем в 200 раз больше диаметра Солнца (0,695 млн. км.), то это приближение вполне законно.

При падении параллельных световых лучей под углом  $\alpha$  на поверхность спокойной воды будет происходить преломление солнечных лучей по закону Снеллиуса (Рис. 15)



$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow \sin \alpha = n \sin \beta . \quad (1)$$

где  $n$  – показатель преломления воды. Далее, при распространении в воде, они вновь останутся параллельными.

Из (1) найдем

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} . \quad (2)$$

Как следует из рисунка, высота тени  $CB = b$  плота на вертикальной стенке бассейна есть катет прямоугольного треугольника  $BCD$ , в котором второй катет равен  $CD = a$ . Следовательно, справедливо равенство

$$b = a \cdot \cot \beta = a \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = a \cdot \frac{\sqrt{1 - (\sin \beta)^2}}{\sin \beta} . \quad (3)$$

С учетом (2) равенство (3) примет вид

$$b = a \cdot \frac{\sqrt{n^2 - (\sin \alpha)^2}}{\sin \alpha} . \quad (4)$$

Вторая сторона  $a$  квадратного плота «за чертеж» параллельна стенке бассейна, поэтому ее размер на тени при преломлении световых лучей не изменится.

Таким образом, тень от плота на вертикальной стенке бассейна будет иметь вид прямоугольника размерами  $a \times b$ . Соответственно, площадь такого прямоугольника увеличится до значения

$$S = ab = a^2 \frac{\sqrt{n^2 - (\sin \alpha)^2}}{\sin \alpha} , \quad (5)$$

где  $\alpha$  – угол падения солнечных лучей на поверхность воды.

Используя Рис. 15, найдём угол падения солнечных лучей на воду

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi \Rightarrow \sin \alpha = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) = \cos \varphi . \quad (6)$$

С учетом (6) выражение (5) переписывается в виде

$$S = ab = a^2 \frac{\sqrt{n^2 - (\cos \varphi)^2}}{\cos \varphi} . \quad (7)$$

Расчет по формуле (7) с заданной точностью даёт

$$S = (1,0)^2 \frac{\sqrt{1,33^2 - (\cos 36,0)^2}}{\cos 36,0} = \{1,304851987\} = 1,30 \text{ м}^2 . \quad (8)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) все окончательные ответы приводим с точностью до трёх значащих цифр.

**10-5. «Касательная к изотерме»** Согласно закону Бойля – Мариотта для изотермического процесса ( $T = \text{const}$ ) при фиксированном количестве идеального газа ( $\nu = \text{const}$ ) справедливо равенство

$$pV = \text{const}. \quad (1)$$

Пользуясь подсказкой, рассмотрим на представленной изотерме (Рис. 16) два некоторых близких состояния  $C$  и  $E$  системы с параметрами  $(p; V)$  и  $(p + \Delta p; V + \Delta V)$ , причем  $\Delta V \ll V$  и  $\Delta p \ll p$  (на Рис. 16 это условие для наглядности нарушено).

Из (1) следует, что при этом

$$pV = (p + \Delta p)(V + \Delta V). \quad (2)$$

Раскрывая в (2) скобки и приводя подобные, получим

$$p\Delta V + \Delta pV + \Delta p\Delta V = 0. \quad (3)$$

Слагаемым  $\Delta p\Delta V$  в (3) можно пренебречь, поскольку это произведение бесконечно малых величин, следовательно

$$p\Delta V + \Delta pV = 0. \quad (4)$$

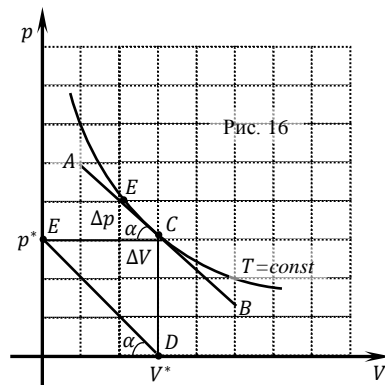
Из (4) получим

$$\frac{\Delta p}{\Delta V} = -\frac{p}{V} = -\frac{p^*}{V^*}. \quad (5)$$

Заметим, что отношение  $\frac{\Delta p}{\Delta V} = \tan \alpha$  как раз и есть угловой коэффициент касательной прямой в точке  $C$  (см. Рис. 16), а отношение  $\left(-\frac{p^*}{V^*}\right) = \tan \alpha$  есть тангенс угла наклона отрезка  $DE$  к оси абсцисс (объемов), и они равны между собой.

Таким образом, из (5) можем заключить, что касательная к изотерме в произвольной точке  $C$  с координатами  $(V^*; p^*)$  действительно параллельна отрезку  $DE$ , соединяющему соответствующие точки на координатных осях.

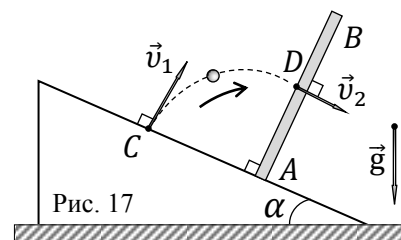
Заметим, что при доказательстве условия параллельности мы выбрали точку  $E$  левее и выше точки  $C$  на изотерме (см. Рис. 16). Убедитесь самостоятельно, что равенство (5) остается справедливым и для случая, когда точка  $E$  находится правее и ниже точки  $C$  на изотерме.



11 класс.

**11-1. «Время полёта»** Согласно законам механики при упругом отражении от стенки скорость шарика не изменяется по модулю, а угол отражения  $\beta$  равен углу падения  $\alpha$  (см. Рис. 9).

Таким образом, в общем случае траектория шарика после отражения не совпадает с его траекторией до отражения. Единственный частный случай, когда это возможно, реализуется при  $\alpha = \beta = 0^\circ$ , т.е. когда шарик подлетает к стенке и отлетает от неё «по перпендикуляру». Тогда эти траектории совпадут и при дальнейшем движении шарика по параболе.



Следовательно, в точках отражения шарика от плоскости и от стенки векторы скоростей  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  должны быть перпендикулярными соответствующим поверхностям (Рис. 17). Поскольку эти поверхности взаимно перпендикулярны, то можем сделать вывод, что векторы мгновенных скоростей в этих точках также будут взаимно перпендикулярны

$$\vec{v}_2 \perp \vec{v}_1. \quad (1)$$

При движении по параболе  $CD$  шарик движется равноускоренно (сопротивлением воздуха пренебрегаем) с ускорением  $\vec{a} = \vec{g}$ , следовательно

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{a}t = \vec{v}_1 + \vec{g}t, \quad (2)$$

где  $t$  – время полета шарика между отражениями.

Построим прямоугольный векторный треугольник (2) так, как на рис. 18. Тогда угол между катетом  $\vec{v}_1$  и гипотенузой  $\vec{g}t$  будет равен искомому углу  $\alpha$ .

По теореме Пифагора

$$v_1^2 + v_2^2 = g^2 t^2 \Rightarrow gt = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}. \quad (3)$$

Из (3) получаем искомое время полёта шарика между двумя последовательными отражениями

$$t = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}{g}. \quad (4)$$

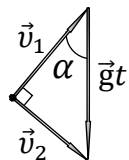


Рис. 18

Расчет производим с заданной точностью

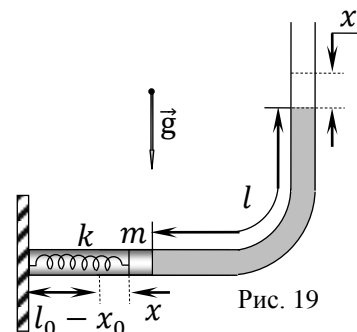
$$t = \frac{\sqrt{15,3^2 + 9,62^2}}{9,81} \text{ (с)} = \{1,842306792\} = 1,84 \text{ с}. \quad (5)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия и справочные данные) окончательные ответы приводим с точностью до трёх значащих цифр.

**11-2. «Жидкая пружина»** Рассмотрим данный комбинированный осциллятор в положении равновесия. При этом (по отношению к положению с нерастянутой пружиной длиной  $l_0$ ) поршень сдвинется влево и пружина будет сжата на некоторую величину  $x_0$ , чтобы сила упругости компенсировала силу давления воды на поршень (Рис. 19)

$$kx_0 = pS = \rho gh_0 S \Rightarrow x_0 = \frac{\rho gh_0 S}{k}. \quad (1)$$

Пусть теперь поршень сдвинули от положения равновесия на малое расстояние,  $x$  например, вправо (см. Рис. 19). При этом сила упругости пружины уменьшится, а сила давления воды увеличится.



Поскольку любым трением в системе можно пренебречь (см. условие), то поршень и идеальная жидкость (в горизонтальном колене) после отпускания будут ускоренно двигаться по горизонтали под действием силы упругости пружины и силы давления вертикальной части жидкости (теперь она не совпадает с силой тяжести, а равна весу – движение ускоренное!).

Согласно второму закону Ньютона для движения поршня и горизонтальной части столба жидкости

$$(m + \rho(l - h_0 - x))a = k(x_0 - x) - \rho(g - a)(h_0 + x)S. \quad (2)$$

Из (2) с учётом (1) следует, что уравнение движения поршня и идеальной жидкости примет вид уравнения гармонических колебаний

$$(m + \rho l S)a = (m + \rho l S)\ddot{x} = -(k + \rho g S)x \Rightarrow \ddot{x}(t) + \frac{k + \rho g S}{m + \rho l S}x(t) = 0, \quad (3)$$

с циклической частотой  $\omega = \sqrt{\frac{k + \rho g S}{m + \rho l S}}$ . Величину  $k^* = k + \rho g S$  называют *эффективным коэффициентом* упругости системы, а величина  $m^* = m + \rho l S$  по сути является *эффективной массой* системы.

Соответственно, период таких колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m + \rho l S}{k + \rho g S}}. \quad (4)$$

Заметим, что задачу можно решать и проще: энергетическим способом. При смещении  $x$  от положения равновесия приращение полной энергии осциллятора складывается из его кинетической и приращений потенциальной энергий (с учётом (1))

$$E = E^k + E^п = \frac{(m+\rho l S)v^2}{2} + \frac{kx^2}{2} + \rho x S g \frac{x}{2} = const. \quad (5)$$

Возьмем производную от обеих частей (5), учитывая, что скорость  $v$  есть производная от координаты по времени  $v(t) = \dot{x}(t)$ . При этом получим дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$(m + \rho l S)\ddot{x} + (k + \rho g S)x = 0, \quad (6)$$

из которого опять же следует (3).

Расчет по формуле (4) с необходимой точностью даёт

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{0,850 + 1,2 \cdot 10^3 \times 0,85 \times 9,9 \cdot 10^{-4}}{150 + 1,2 \cdot 10^3 \times 9,81 \times 9,9 \cdot 10^{-4}}} \text{ (с)} = \{0,6735954759\} = 0,67 \text{ с}. \quad (7)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до двух значащих цифр.

**11-3. «Работа в два касания»** В точке касания двух функций  $f(x)$  и  $g(x)$  выполняются условия равенства функций и их производных (коэффициентов наклона касательных)

$$f(x) = g(x), \quad (1)$$

$$f'(x) = g'(x). \quad (2)$$

В общем случае политропический процесс задаётся уравнением, аналогичным уравнению Пуассона для адиабаты

$$pV^n = const, \quad (3)$$

где  $n$  – показатель политропы.

Из (3) при  $n = 1$  получаем изотермический процесс

$$pV = const, \quad (4)$$

а при  $n = \gamma$  приходим к адиабатическому процессу

$$pV^\gamma = const. \quad (5)$$

Пусть график процесса  $A \rightarrow B$  пересекает ось абсцисс (Рис. 20) в точке с координатой  $V^*$  ( $V^*/V_0 = 8$ ), а ось ординат – в точке с координатой  $p^*$  ( $p^*/p_0 = 8$ ). Тогда уравнение прямой  $AB$  в отрезках примет вид

$$\frac{p}{p^*} + \frac{V}{V^*} = 1. \quad (6)$$

Производная от (6) постоянна и равна угловому коэффициенту прямой  $AB$  (тангенсу угла наклона)

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{p^*}{V^*}. \quad (7)$$

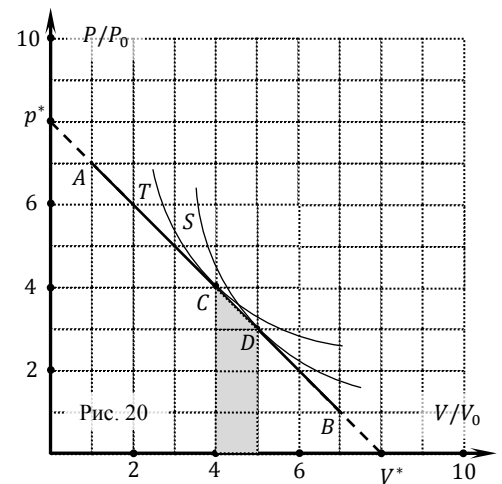
Найдем дифференциал от политропы (3)

$$d(pV^n) = dp \cdot V^n + p \cdot (nV^{n-1}dV) = 0. \quad (8)$$

Сокращая (8) на  $V^{n-1}$ , получим равенство

$$dp \cdot V + npdV = 0, \quad (9)$$

из которого несложно выразить производную от политропы (тангенс угла наклона касательной в данной точке)



$$\frac{dp}{dV} = -n \frac{p}{V}. \quad (10)$$

Приравнивая производные (7) и (10) на основании (2), получаем условие касания прямой и политропы

$$-\frac{p^*}{V^*} = -n \frac{p}{V} \Rightarrow \frac{V}{V^*} = n \frac{p}{p^*}, \quad (11)$$

из которого, с учетом (6), находим абсциссу точки касания

$$\frac{V}{V^*} = n \left(1 - \frac{V}{V^*}\right), \quad (12)$$

$$\frac{V}{V^*} = \frac{n}{1+n}. \quad (13)$$

Из (13) для изотермы ( $n = 1$ ) получаем

$$\frac{V_C}{V^*} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_C = \frac{1}{2} V^* = 4V_0. \quad (14)$$

а для адиабаты ( $n = \gamma = \frac{5}{3}$ )

$$\frac{V_D}{V^*} = \frac{5/3}{1+5/3} = \frac{5}{8} \Rightarrow V_D = \frac{5}{8} V^* = 5V_0. \quad (15)$$

Заметим, что данная задача допускает решение и без использования производных, с учётом математической подсказки.

Действительно, рассмотрим два близких равновесных термодинамических состояния  $(p; V)$  и  $(p + \Delta p; V + \Delta V)$  на политропе, причём  $\Delta p \ll p$  и  $\Delta V \ll V$ .

Тогда справедливо равенство

$$pV^n = (p + \Delta p)(V + \Delta V)^n = (p + \Delta p)V^n \left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)^n. \quad (16)$$

С учётом математической подсказки

$$\left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)^n \approx 1 + n \frac{\Delta V}{V}, \quad (17)$$

следовательно,

$$pV^n \approx (p + \Delta p)V^n \left(1 + n \frac{\Delta V}{V}\right) = pV^n + pV^n n \frac{\Delta V}{V} + \Delta p V^n + \Delta p V^n n \frac{\Delta V}{V}. \quad (18)$$

Пренебрегая в (18) малым слагаемым (точнее слагаемым более высокого порядка малости)  $\Delta p \Delta V V^{n-1} n$ , получим

$$pV^n n \frac{\Delta V}{V} + \Delta p V^n = 0 \Rightarrow \Delta p V^n + p \cdot (n V^{n-1} \Delta V) = 0 \quad (19)$$

Поскольку (19) совпадает с (8), то делаем вывод, что и дальнейшее решение приведёт нас к таким же результатам.

Соответственно, работа газа при расширении между точками  $C$  и  $D$  равна соответствующей площади под графиком, т.е. площади трапеции, затонированной на Рис. 20

$$A = 3,5 p_0 V_0 = \{3535\} = 3,54 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 3,54 \text{ кДж}. \quad (20)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до трёх значащих цифр.

**11-4. «Тепло бусинке»** А) При движении положительно заряженной бусинки по стержню (Рис. 21) со скоростью  $\vec{v}$  на неё действует сила Лоренца  $\vec{F}_L$ , перпендикулярная стержню (точнее вектору её мгновенной скорости) и нормальной компоненте  $\vec{B}_\perp$  индукции магнитного поля

$$F_L = qvB_\perp = qvB \sin \alpha. \quad (1)$$

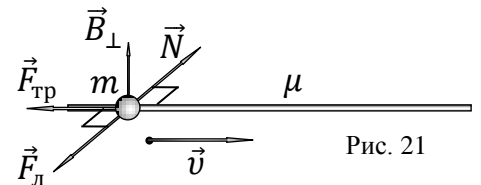


Рис. 21

Поскольку силой тяжести можно пренебречь (по условию), то сила реакции  $\vec{N}$  стержня (см. Рис. 21) будет равна по модулю и противоположна по направлению силе Лоренца

$$N = F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha . \quad (2)$$

Соответственно, второй закон Ньютона для торможения бусинки под действием силы трения примет вид

$$ma = -F_{\text{тр}} = -\mu N = -\mu qvB \sin \alpha . \quad (3)$$

Из (3) находим ускорение  $a_0$  бусинки в начальный момент времени

$$a_0 = -(\mu qv_0 B \sin \alpha)/m . \quad (4)$$

Б) Используя определения скорости  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  и ускорения  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , перепишем (3) в виде

$$ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\mu qvB \sin \alpha = -\mu q \frac{\Delta x}{\Delta t} B \sin \alpha . \quad (5)$$

Умножая обе части (5) на малый промежуток времени  $\Delta t$  и суммируя бесконечно малые приращения скорости  $\Delta v$  и координаты  $\Delta x$ , из (5) найдём, что конечные приращения скорости  $(v - v_0)$  и координаты  $(x - x_0)$  связаны между собой соотношением

$$m(v - v_0) = -\mu qB \sin \alpha (x - x_0) , \quad (6)$$

где  $x_0 = 0$ .

Из (6) следует, что скорость  $v$  бусинки линейно убывает в зависимости от пройденного пути  $x$  по закону

$$v(x) = v_0 - kx , \quad (7)$$

где коэффициент  $k = \frac{\mu qB \sin \alpha}{m} = \text{const}$ .

В) Таким образом, максимальное смещение  $x_{\text{max}}$  бусинки вдоль спицы до остановки ( $v(x) = 0$ ) найдем из равенства

$$0 = v_0 - kx_{\text{max}} \Rightarrow x_{\text{max}} = \frac{v_0}{k} = \frac{mv_0}{\mu qB \sin \alpha} = 1,5 \text{ м} . \quad (8)$$

Г) Из закона сохранения энергии следует, что в момент, когда координата бусинки равна  $x$ , а скорость, соответственно, приобрела значение  $v(x)$ , количество теплоты  $Q(x)$ , выделившейся в системе, удовлетворяет уравнению

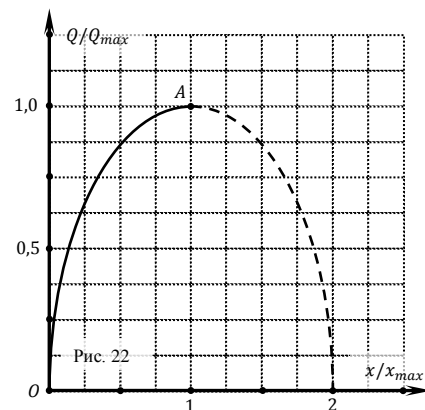
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(v(x))^2}{2} + Q(x) . \quad (9)$$

Из (9) найдем искомую зависимость  $Q(x)$  для выделившегося количества теплоты в системе

$$Q(x) = \frac{m}{2} (v_0^2 - (v_0 - kx)^2) = \frac{m}{2} kx(2v_0 - kx) . \quad (10)$$

Как следует из (10), искомый график является возрастающим участком  $OA$  параболы, ветви которой направлены вниз (Рис. 22).

**11-5. «Скорость тени»** Световые лучи, идущие от Солнца, в районе Земли можно считать практически параллельными, поскольку среднее расстояние от Солнца до Земли (149 млн. км.) более чем в 200 раз больше диаметра Солнца (0,695 млн. км.).



При падении параллельных световых лучей под углом  $\alpha$  на поверхность спокойной воды из воздуха будет происходить преломление солнечных лучей по закону Снеллиуса (Рис. 23)

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow \sin \alpha = n \sin \beta. \quad (1)$$

где  $n$  – показатель преломления воды (показатель преломления воздуха ( $n = 1,00029$ ) принят за единицу). Далее при распространении в воде преломленные лучи останутся параллельными.

Из (1) найдем

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}. \quad (2)$$

Поскольку движение плота равномерное, то и движение тени по вертикальной стенке бассейна снизу вверх также будет равномерное (от точки  $E$  к точке  $D$ , см. Рис. 23), поскольку граница тени определяется солнечными лучами, падающими на передний и задний край плота. Это означает, что скорость движения тени на вертикальной стенке постоянна и не зависит от расстояния между плотом и стенкой.

За время, пока плот пройдет расстояние  $CD$ , тень (см. Рис. 23) пройдет по вертикали отрезок  $ED$ , следовательно

$$\frac{CD}{v_1} = \frac{ED}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{ED}{CD} v_1 = \frac{v_1}{\tan \beta}. \quad (3)$$

Из прямоугольного треугольника  $EDC$  находим

$$\tan \beta = \frac{CD}{ED} = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}. \quad (4)$$

Используя (2), найдем

$$\cos \beta = \sqrt{1 - (\sin \beta)^2} = \frac{\sqrt{n^2 - (\sin \alpha)^2}}{n}. \quad (5)$$

Подставляя (2) и (5) в (4), получим для тангенса угла

$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - (\sin \alpha)^2}}. \quad (6)$$

С учётом (6) перепишем (3) в виде

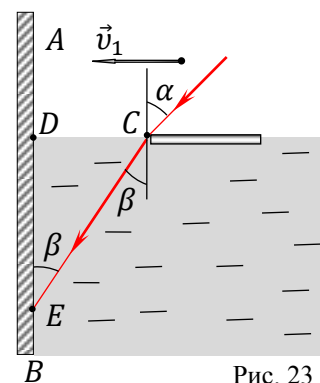
$$v_2 = \frac{v_1}{\tan \beta} = \frac{\sqrt{n^2 - (\sin \alpha)^2}}{\sin \alpha} v_1. \quad (7)$$

Согласно (7) тень равномерно поднимается по вертикальной стенке при движении плота к стенке, причем они одновременно достигнут стенки в точке  $D$  (см. Рис. 23).

Расчёт по формуле (7) с заданной точностью дает

$$v_2 = \frac{\sqrt{1,33^2 - (\sin 36^\circ)^2}}{\sin 36^\circ} \cdot 0,46 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right) = \{0,9336926142\} = 0,93 \text{ м/с}. \quad (8)$$

Заметим, что в этой задаче некоторые данные имеют по две значащие цифры ( $v_1 = 0,46 \text{ м/с}$ ,  $\varphi = 36^\circ$ ), а некоторые – по три ( $n = 1,33$ ). В таком случае, в соответствии с правилами округления, окончательный ответ приводим с точностью до двух значащих цифр (т.е. берется наименьшее количество значащих цифр, по «худшему» данному).



*P.S. Уважаемые члены жюри, организаторы олимпиады, коллеги! Нам предстоит интересная и творческая работа по оцениванию олимпиадных работ юных дарований на втором (районном) туре Республиканской олимпиады.*



*Второй (районный) этап Республиканской олимпиады школьников по физике (2023 г.)*

*Давайте на этом важном этапе проверим работы вдумчиво, спокойно, рассудительно. Не бойтесь находить юные таланты, не пропустите оригинальность, «ловкость» разума и трудолюбие!*

*Если решения некоторых задач, представленные участниками олимпиады (а они – люди творческие!!!), отличаются от авторских, но при этом получен правильный ответ, то (после внимательного прочтения!!) подкорректируйте «Схему оценивания» и смело ставьте баллы! Дети порой мыслят нестандартно, но, по сути, верно. Помните, что наша основная задача – не потерять юное дарование на начальных этапах олимпиады. ☺*

*Напоминаем, что на олимпиаде по физике разрешается (приветствуется!) пользование инженерным калькулятором, например, таким как «CASIO fx-991EX (CLASSWIZ)», достаточно распространенным среди одаренных ребят.*

*По всем вопросам при проведении теоретического тура олимпиады обращаться по телефону: + 375 29 766 12 87 (Леонид Григорьевич Маркович), + 375 44 544 49 55 (Артём Максимович Пивоварчик), + 375 29 190 66 79 (Владислав Викторович Климашонок).*